Berechne den Abstand

1) $E\colon\quad 3x-2y+z-4=0 \qquad P=(1|2|4)$

$$\vec{n}=\begin{pmatrix}3\\-2\\1\end{pmatrix} \qquad |\vec{n}|=\sqrt{3^2+(-2)^2+1^2}=\sqrt{14}$$

$$d=\frac{3\cdot 1-2\cdot 2+1\cdot 4-4}{\sqrt{14}}=-\frac{1}{\sqrt{14}}$$

2) $E\colon\quad \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}+r\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}+s\begin{pmatrix}4\\0\\3\end{pmatrix} \qquad P=\begin{pmatrix}1\\0\\5\end{pmatrix}$

$x=1+r+4s$

$y=2+r \qquad \Rightarrow r=y-2$

$z=3+3s \qquad \Rightarrow s=\frac{z}{3}-1$

$\Rightarrow\ x=1+y-2+\frac{4}{3}z-4$

$\Rightarrow\ x-y-\frac{4}{3}z+5=0$

$$\vec{n}=\begin{pmatrix}1\\-1\\-\frac{4}{3}\end{pmatrix} \qquad |\vec{n}|=\sqrt{1^2+(-1)^2+\left(-\frac{4}{3}\right)^2}=\sqrt{\frac{34}{9}}$$

$$d=\frac{1-0-\frac{20}{3}+5}{\frac{\sqrt{34}}{3}}=\frac{-2}{\sqrt{34}}$$

3) $E\colon\quad x-2y+2z-3=0 \qquad P=(1|0|3)$

$$\vec{n}=\begin{pmatrix}1\\-2\\2\end{pmatrix} \qquad |\vec{n}|=\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}=\sqrt{9}=3$$

$$d=\frac{1\cdot 1-2\cdot 0+2\cdot 3-3}{3}=\frac{4}{3}$$