1) In einer Urne befinden sich 3 rote, 4 schwarze und 3 gelbe Kugeln. Es wird dreimal mit zurücklegen gezogen. Wie hoch sind folgende Wahrscheinlichkeiten:
   a) 1. Kugel rot
   b) 1. Kugel Schwarz und 2. Kugel gelb
   c) alle drei Kugeln gelb

   Zu a) Anzahl der positiven Fälle durch die Anzahl aller Fälle:
   $$p = \frac{3}{10} = 0{,}3$$
   Zu b) Die Wahrscheinlichkeiten werden multipliziert:
   $$p = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{10} = \frac{12}{100} = 0{,}12$$
   Zu c) $p = \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{10} = \frac{27}{1000} = 0{,}027$

2) In einer Urne befinden sich 2 rote, 3 schwarze und 5 gelbe Kugeln. Es wird dreimal ohne zurücklegen gezogen. Wie hoch sind folgende Wahrscheinlichkeiten:
   a) 1. Kugel ist schwarz
   b) 1. Kugel ist gelb und 2. Kugel ist rot
   c) alle drei Kugeln sind gelb

   Zu a) Anzahl der positiven Fälle durch die Anzahl aller Fälle:
   $$p = \frac{3}{10} = 0{,}3$$
   Zu b) Die Wahrscheinlichkeiten werden multipliziert. Dabei verringert sich beim zweiten Wurf jedoch die Anzahl aller Kugeln:
   $$p = \frac{5}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{1}{9} = 0{,}\overline{1}$$
   Zu c) Hier verringert sich beim zweiten und dritten Wurf jeweils die Zahl der positiven und die Zahl aller Möglichkeiten:
   $$p = \frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1}{12} = 0{,}08\overline{3}$$

3) Eine Firma produziert Glühbirnen. Auf 100 produzierten Birnen kommen erfahrungsgemäß 3 defekte. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass man keine defekte erhält, wenn man aus 100 Glühbirnen 5 beliebige nimmt?
Es handelt sich um eine ungeordnete Stichprobe ohne zurücklegen. Für ein Teilproblem gilt also: $\binom{n}{k}$.

$$p = \frac{\binom{97}{5}\binom{3}{0}}{\binom{100}{5}} = \frac{\frac{97!}{5! \cdot 92!} \cdot \frac{3!}{0! \cdot 3!}}{\frac{100!}{5! \cdot 95!}} = \frac{97! \cdot 95!}{100! \cdot 92!} = \frac{95 \cdot 94 \cdot 93}{100 \cdot 99 \cdot 98} \approx 0{,}856$$

Dabei ist $\binom{97}{5}$ der Anteil der heilen und $\binom{3}{0}$ der Anteil der defekten Glühbirnen.

4) a)
Wie viele Möglichkeiten gibt es eine sechsstellige Telefonnummer zu bilden, wenn die Ziffern von 1 bis 9 beliebig oft verwendet werden dürfen?
Es handelt sich um eine geordnete Stichprobe mit zurücklegen:
$p = 9^6 = 531.441$

b)
Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn jede Ziffer nur einmal vorkommen darf?
Es handelt sich um eine geordnete Stichprobe ohne zurücklegen:
$$p = \frac{n!}{(n-k)!} = \frac{9!}{3!} = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 60.480$$

Einfache Überlegung: Für die erste Ziffer hat man 9 Möglichkeiten zur Verfügung, für die zweite nur noch 8 usw.

5) a)

Wie hoch ist Wahrscheinlichkeit beim Lotto (6 aus 49) genau 5 richtige zu haben?

Es handelt sich um eine ungeordnete Stichprobe ohne zurücklegen:

$$p = \frac{\binom{6}{5}\binom{43}{1}}{\binom{49}{6}} = \frac{\frac{6!}{5!\cdot 1!}\cdot\frac{43!}{1!\cdot 42!}}{\frac{49!}{6!\cdot 43!}} = \frac{6\cdot 43\cdot 6!}{49\cdot 48\cdot 47\cdot 46\cdot 45\cdot 44}$$
$$\approx 1{,}8\cdot 10^{-5}$$

b)

Wie hoch ist Wahrscheinlichkeit beim Lotto (6 aus 49) genau 3 richtige zu haben?

Es handelt sich um eine ungeordnete Stichprobe ohne zurücklegen:

$$p = \frac{\binom{6}{3}\binom{43}{3}}{\binom{49}{6}} = \frac{\frac{6!}{3!\cdot 3!}\cdot\frac{43!}{3!\cdot 40!}}{\frac{49!}{6!\cdot 43!}} = \frac{5\cdot 4\cdot 43\cdot 42\cdot 41\cdot 6!}{49\cdot 48\cdot 47\cdot 46\cdot 45\cdot 44\cdot 3!}$$
$$= \frac{5\cdot 4\cdot 43\cdot 42\cdot 41\cdot 5!}{49\cdot 48\cdot 47\cdot 46\cdot 45\cdot 44} \approx 0{,}018$$

6) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei drei aufeinander folgenden Münzwürfen die gleiche Seite oben ist?

Der erste Münzwurf legt lediglich fest, welche Seite oben ist. Bei jedem weiteren Wurf ist die Wahrscheinlichkeit jeweils 0,5.

$p = 0{,}5\cdot 0{,}5 = 0{,}25$

Oder:

Geordnete Stichprobe mit zurücklegen mit 2 positiven Fällen:

$$p = \frac{2}{n^k} = \frac{2}{2^3} = \frac{1}{4} = 0{,}25$$