Berechne die Extrema der Funktionen

f(x) = $x^3 + 3x^2 - 3x + 2$

f'(x) = $3x^2 + 6x - 3 = 0$

- ⇨ $x^2 + 2x - 1 = 0$ p = 2 q = -1
- ⇨ $x_{1,2} = -\frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(-\frac{2}{2}\right)^2 + 1} = -1 \pm \sqrt{2}$

f''(x) = 6x + 6

$f''(-1+\sqrt{2}) = -6 + 6\sqrt{2} + 6 = 6\sqrt{2} > 0$

$f''(-1-\sqrt{2}) = -6 - 6\sqrt{2} + 6 = -6\sqrt{2} < 0$

F hat an der Stelle $-1+\sqrt{2}$ ein Minimum und an der Stelle $-1-\sqrt{2}$ ein Maximum.

$f(x) = 6x\, e^x$

f'(x) = $6\, e^x + 6x\, e^x = 0$

- ⇨ $6\,(1+x)\, e^x = 0$
- ⇨ 1 + x = 0
- ⇨ x = -1

f''(x) = $6\, e^x + 6\, e^x + 6x\, e^x = 12e^x + 6x\, e^x$

f''(-1) = $12e^{-1} - 6\, e^{-1} = 6\, e^{-1} > 0$

f hat an der Stelle -1 ein Minimum.

$f(x) = 3x\ lnx$

$f'(x) = 3\ lnx + \frac{3x}{x} = 0$

- ⇨ $3(lnx + 1) = 0$
- ⇨ $lnx = \ -1$
- ⇨ $x = \frac{1}{e}$

$f''(x) = \frac{3}{x}$

$f''\left(\frac{1}{e}\right) = 3e > 0$

Die Funktion f hat an der Stelle 1/e ein Minimum.

$f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$

$f'(x) = \frac{2(x-2)-(2x+1)}{(x-2)^2} = \frac{-5}{(x-2)^2} = 0$

Nicht lösbar => Die Funktion hat keine Extrema.

$f(x) = x^3 - 1$

$f'(x) = 3x^2 = 0$

- ⇨ x = 0

$f''(x) = 6x$

$f''(0) = 0$

$f'''(x) = 6$

$f'''(0) = 6 \neq 0$

Die Funktion hat an der Stelle 0 einen Sattelpunkt und somit kein Extremum.