

Basistext Logarithmen

Definitionen

In der Gleichung $a^x = b$ ist x der Logarithmus von b zur Basis a . Geschrieben wird es: $x = \log_a(b)$ mit $a > 0$, $a \neq 1$ und $b > 0$.

Außerdem gilt:

$$\log_a(1) = 0 \quad \text{und} \quad \log_a(a) = 1$$

Besondere Logarithmen

- Zehnerlogarithmus

Der Zehnerlogarithmus ist der Logarithmus zur Basis $a = 10$.

Man schreibt: $\log_{10}(b) = \lg(b)$

Beispiel: $\lg(1.000) = 3$, denn $10^3 = 1000$

- Natürlicher Logarithmus

Der natürliche Logarithmus ist der Logarithmus zur Basis

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \approx 2,71828.$$

Man schreibt: $\log_e(b) = \ln(b)$

Beispiel: $\ln\left(\frac{1}{e}\right) = -1$, da $e^{-1} = \frac{1}{e}$

Rechenregeln

Für $u > 0, v > 0, a > 0, a \neq 1$ und $p \in \mathbb{R}$ gilt:

$$\log_a(u \cdot v) = \log_a(u) + \log_a(v)$$

$$\log_a\left(\frac{u}{v}\right) = \log_a(u) - \log_a(v)$$

$$\log_a(u^p) = p \cdot \log_a(u)$$

Weiterhin gilt:

$$\log_a(\sqrt[n]{u}) = \frac{1}{n} \log_a(u)$$

$$a^{\log_a(u)} = u$$

$$\log_a(a^u) = u$$

$$\log_a(u) = \frac{\log_c(u)}{\log_c(a)} \text{ mit } c > 0, c \neq 1, a > 0, a \neq 1$$

Alle Rechenregeln gelten für den Zehnerlogarithmus und den natürlichen Algorithmus analog.