Basistext – Mengenlehre

Einführung

Eine Menge ist eine Ansammlung von Dingen (Zahlen, geometrische Figuren, Autos, Buchstaben,…). Die einzelnen Teile nennt man Elemente der Menge.

Man kann Mengen auf zwei verschiedene Arten darstellen:

- Schriftliche Darstellung

  Man benutzt geschweifte Klammern „{ }“ zur Abgrenzung. Die Elemente werden durch Semikolons getrennt.

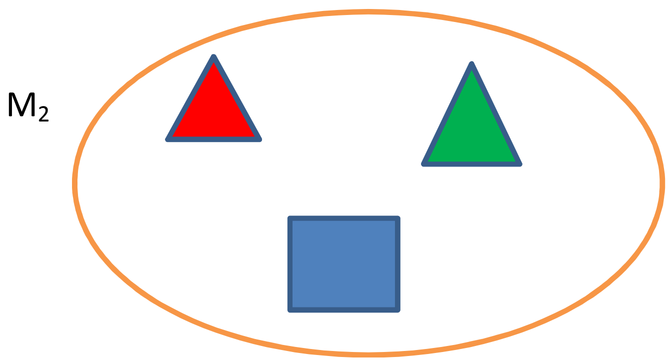
  Beispiel: Eine Menge M_1 mit den Zahlen 1, 2 und 3.

  $M_1 = \{1;2;3\}$

  Für eine leere Menge gibt es neben der Darstellung { } noch das Symbol ‚∅‘.

- Graphische Darstellung

  Beispiel: Eine Menge M_2 mit 2 Dreiecken und einem Viereck.



Um darzulegen, dass ein „Ding" Teil einer Menge ist gibt es das Symbol ‚∈'.

$2 \epsilon M_1$ (lies: 2 ist Element von M_1).

Die „Mächtigkeit" einer Menge ist die Anzahl der Elemente dieser Menge.

Beziehungen zwischen Mengen

- Gleichheit

  Zwei Mengen sind gleich, wenn jedes Element der ersten Menge in der zweiten enthalten ist und umgekehrt.

- Teilmenge

  Eine Menge M_1 heißt Teilmenge von M_2, wenn jedes Element von M_1 in M_2 enthalten.

  Beispiel: $M_1 = \{1;2;3\}$ $M_2 = \{1;2;3;4;5;6\}$

  $M_1 \subseteq M_2$ (lies: M_1 ist Teilmenge von M_2).

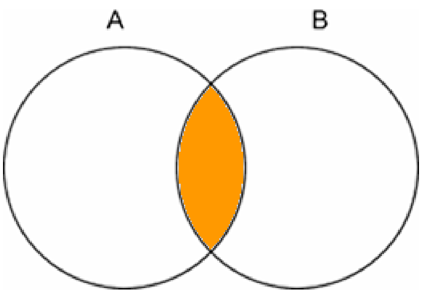
- Potenzmenge

  Die Potenzmenge einer Menge enthält alle Teilmengen dieser Menge.

  Beispiel: $M = \{1;2;3\}$

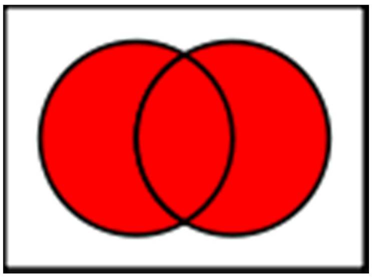
  Potenzmenge $(M) = \{ \{ \} ; \{1\} ; \{2\} ; \{3\} ; \{1;2\} ; \{1;3\} ; \{2;3\} ; \{1;2;3\} \}$

- Schnittmenge
  Die Schnittmenge zweier Mengen enthält alle Elemente, die sowohl in der ersten, als auch in der zweiten enthalten sind.



$A \cap B = \{x \mid x \subseteq A \; \wedge x \subseteq B\}$

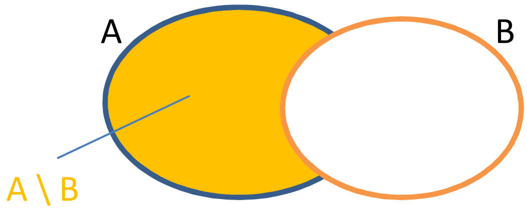
- Vereinigungsmenge
  Die Vereinigungsmenge enthält alle Elemente der ersten und alle Elemente der zweiten Menge.



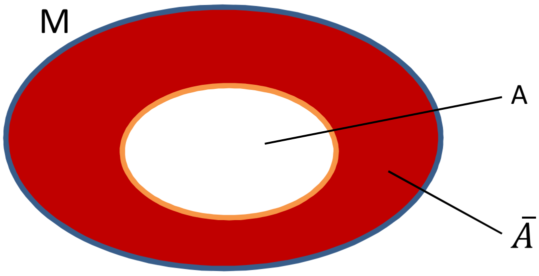
Author=Tilman Piesk
Public domain

$A \cup B = \{x \mid x \in A \; \vee \; x \in B\}$

- Differenzmenge
  Die Differenzmenge A \ B (sprich: „A ohne B") enthält alle Elemente, die in A aber nicht in B enthalten sind.



- Komplementmenge
  Wenn A eine Teilmenge von M ist, dann ist $\bar{A}$ (sprich: „nicht A“) die Komplementmenge. Sie enthält alle Elemente, die zu M, aber nicht zu A gehören.



Rechenregeln

- Kommutativgesetze

$$A \cap B = B \cap A$$
$$A \cup B = B \cup A$$

- Assoziativgesetz

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$
$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

- Distributivgesetze

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$